**Kurssin nimi:** Johdatus tietotekniikan opintoihin, Yhtälöt ja funktio-oppi

**Koodi:** IN00BP74

**Opettaja:** Susanna Kujanpää

[susanna.kujanpaa@oamk.fi](mailto:susanna.kujanpaa@oamk.fi)

vastaanottoaika: lukujärjestys, huone 3386

**Tavoite:** Opiskelija osaa peruskäsitteet kurssin aihealueista. Lisäksi hän osaa soveltaa

taitojaan muissa oppiaineissa esiintyvissä matemaattisissa ongelmissa.

Kurssi antaa valmiudet jatkaa matematiikan opiskelua seuraavissa kursseissa

sekä soveltaa matemaattista osaamista projektityöskentelyssä.

**Laajuus:** 1,5 op

**Sisältö:** 1. Peruskäsitteitä

2. Yhtälöt

3. Funktiot ja niiden yhtälöt

**Kirjallisuus:** Engineering Mathematics / Croft, Davison ja Hargreaves

Tekniikan matematiikka 1 ja 2 / Henttonen, Peltomäki ja Uusitalo

Luentomuistiinpanot ja tehtävät

Tekniikan kaavasto

**Suoritus:** koe

arvosana 0 – 5

1. **PERUSKÄSITTEITÄ**
   1. **Potenssilaskusäännöt**

Tuloa, jossa on r kpl samanlaista tekijää, sanotaan r:nneksi potenssiksi ja merkitään:

missä a = ja r =

Laskusäännöt:

1)

2)

3)

4)

5)

6)

Esimerkki

* 1. **Polynomien kertolasku ja sen erikoistapaukset**

Polynomit ovat lausekkeita, joissa on yhteenlaskuja ja vähennyslaskuja. Osia, joita lasketaan yhteen tai vähennetään, kutsutaan termeiksi.

Esimerkki

Binomin neliökaavat: 1)

2)

3)

Esimerkki

Apuna voi käyttää myös Pascalin kolmiota: 1

1. 1

1 2 1

1 3 3 1

1 4 6 4 1

jne.

Esimerkki

1. **YHTÄLÖT**
   1. **Ensimmäisen asteen yhtälö**

Ensimmäisen asteen yhtälössä on vain ensimmäisen asteen muuttujia ja vakioita:

(Lineaarinen yhtälö)

Ratkaisuja löytyy vain yksi, ei yhtään tai yhtälö toteutuu kaikilla muuttujan arvoilla.

Yleisesti:

Yhtälön molemmille puolille voidaan lisätä tai kertoa sama nollasta poikkeava luku.

Tulo on nolla vain jos ainakin toinen sen tekijöistä on nolla.

Esimerkki

* 1. **Toisen asteen yhtälö**

Toisen asteen yhtälö on muotoa:

Sen ratkaisuun voidaan käyttää kaavaa:

Esimerkki

Toisen asteen yhtälön diskriminantti on ratkaisukaavan juurrettava:

Diskriminantin arvo määrää yhtälön ratkaisujen määrän:

1)

2)

3)

Esimerkki

* 1. **Murtoyhtälö**

Murtoyhtälössä osoittajassa ja nimittäjässä on tuntemattomia polynomeja.

Murtolausekkeen nimittäjän nollakohdat eivät ole ratkaisuja, koska nollalla ei voi jakaa. Saadut ratkaisut on hyvä tarkistaa sijoittamalla alkuperäiseen yhtälöön tai määrittää funktion määrittelyjoukko ennen sen ratkaisua.

Esimerkki

* 1. **Juuriyhtälö**

Juuriyhtälössä on tuntematon juurilausekkeessa. Ratkaisua varten korotetaan yhtälön molemmat puolet toiseen potenssiin. Saadut ratkaisut on aina tarkistettava tai määritettävä funktion määrittelyjoukko.

Esimerkki

1. **FUNKTIOT JA NIIDEN YHTÄLÖT**
   1. **Funktio**

Funktio y = f(x) kuvaa muuttujien x ja y välistä yksikäsitteistä riippuvuutta.

Funktiota voidaan havainnollistaa kuvaajan avulla:

Funktio voi olla määritelty eri muuttujan x arvoilla. Tätä muuttujan x arvojen joukkoa sanotaan

ja vastaavasti funktion mahdolliset arvot muodostavat

Esimerkki

Suoran yhtälö

Funktion kuvaaja on suora, jonka kulmakerroin

Esimerkki

* 1. **Eksponenttifunktio**

Kun a > 0, niin eksponenttifunktio y = ax on määritelty kaikilla eksponentin x

reaaliarvoilla.

Kuvaaja Tammertekniikan kaavasto

* 1. **Logaritmifunktio**

Logaritmifunktio on määritelty, kun

missä a =

Logaritmifunktio on eksponenttifunktion käänteisfunktio ja sille on voimassa

Yleisimmät logaritmijärjestelmät:

1)

2)

3)

Esimerkki

Kuvaaja Tammertekniikan kaavasto

Logaritmin laskusäännöt:

1)

2)

3)

4)

Esimerkki

* 1. **Eksponenttiyhtälö**

Yhtälöä sanotaan eksponenttiyhtälöksi, kun tuntematon esiintyy potenssilausekkeen eksponentissa. Tällainen yhtälö on esimerkiksi

Ratkaisu saadaan

1. esittämällä yhtälön molemmat puolet samankantaisina potensseina

Esimerkki

1. jos samankantaisia potensseja ei voida muodostaa, niin yhtälö voidaan ratkaista logaritmin avulla

Esimerkki

Tuloksen voi tarkistaa sijoittamalla saadun ratkaisun arvo alkuperäiseen lausekkeeseen.

* 1. **Logaritmiyhtälö**

Yhtälöä, jossa tuntematon esiintyy logaritmin sisäfunktiossa, sanotaan logaritmiyhtälöksi.

Sen ratkaisemisessa voidaan käyttää apuna logaritmin määritelmää

Esimerkki

Jos logaritmeja on kaksi tai enemmän, niin ne yhdistetään ensin käyttämällä logaritmin laskusääntöjä. Sen jälkeen yhtälö voidaan ratkaista määritelmän avulla.

Esimerkki

* 1. **Trigonometriset funktiot**

Trigonometriset funktiot voidaan määritellä suorakulmaisen kolmion avulla:

Huom!

ja pythagoras:

Esimerkki

* 1. **Trigonometristen funktioiden yhtälöt**

Yhtälöä sanotaan trigonometriseksi, jos tuntematon on trigonometrisen funktion muuttujana. Jos trigonometriselle funktiolle löytyy ratkaisuja, niin niitä on jaksollisuuden takia äärettömän monta.

Perusyhtälö on muotoa

missä f(x) =

a =

Esimerkki